**Теория вероятностей**

**Практические занятия**

**Практическое занятие №1**

по теме **«Решение задач на расчёт количества выборок».**

Цели занятия: решение задач на расчет выборок, с применением элементов и формул комбинаторики, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления учащихся.

**1 вариант.**

1. Решите уравнение: 

2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?

3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

**2 вариант.**

1. Решите уравнение: 

2. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

3. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?

4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

5. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

**3 вариант.**

1. Решите уравнение: 

2. Сколькими способами можно составить список из шести человек?

3. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9?

4. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

5. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для генеральной уборки класса требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

**4 вариант.**

1. Решите уравнение: 

2. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

3. Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется восемь учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

4. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

5. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

**Вопросы для самопроверки.**

1. Что называется перестановкой из n элементов?
2. Какой смысл имеет запись n! ?
3. По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?
4. Что называется размещением из n элементов по k?
5. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k?
6. Что называется сочетанием из n элементов по k?
7. По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k?

**Домашнее задание.**

Составить и решить по две задачи на перестановки, размещения и сочетания.

**Практическое занятие №2**

по теме **«Вычисление вероятностей событий**

**по классической формуле определения вероятности».**

Цели занятия: вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления учащихся.

**1 вариант.**

1. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

2. В цехе работают 10 мужчин и 5 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.

3. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно наугад вынуть 3 шара, чтобы 2 шара оказались белыми, а один черным?

4. Отдел технического контроля обнаружил 15 бракованных ламп в партии из случайно отобранных 200 ламп. Найти относительную частоту появления бракованных ламп.

5. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,8. найти число годных приборов, если всего было проверено 250 приборов.

**2 вариант.**

1. В урне имеется 20 шаров, среди которых 12 красного цвета. Из урны наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что извлеченные шары не красные.

2. В партии из 15 деталей имеется 3 стандартных. Наудачу отобраны 4 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 2 стандартных.

3. В группе 20 юношей и 10 девушек. Сколькими способами можно избрать трех юношей и двух девушек для участия в слете студентов?

4. По цели произведено 40 выстрелов, причем зарегистрировано 37 попаданий. Найти относительную частоту промахов.

5. При испытании партии телевизоров относительная частота бракованных телевизоров оказалась равной 0,15. найти число качественных телевизоров, если было проверено 400 телевизоров.

**3 вариант.**

1. В ящике 100 деталей, из них 18 бракованных. Наудачу извлечены4 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей нет бракованных.

2. На складе имеется 25 кинескопов, причем 15 из них изготовлены Минским заводом. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу кинескопов окажутся 4 кинескопа Минского завода.

3. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно наугад вынуть 3 шара, чтобы один шар оказался белыми, а два черным?

4. По цели произведено 30 выстрелов, причем зарегистрировано 28 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.

5. При проверке качества электрических лампочек оказалось, что относительная частота бракованных лампочек равна 0,2. Найти число качественных электрических лампочек, если всего было проверено 600 лампочек.

**4 вариант.**

1. Устройство состоит из 15 элементов, из которых 4 изношены. При включении устройства включаются случайным образом 3 элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

2. В группе 28 студентов, среди которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 4 отличника.

3. В партии из 12 деталей имеется 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наугад деталей 4 - стандартные.

4. Отдел технического контроля обнаружил 25 бракованных деталей в партии из случайно отобранных 300 деталей. Найти относительную частоту появления стандартных деталей.

5. При проверке учебников относительная частота качественных учебников оказалась равной 0,85. найти число бракованных книг, если всего было проверено 400 учебников.

**Вопросы для самопроверки.**

1. Какое событие называют достоверным?
2. Какое событие называют невозможным?
3. Дайте определение противоположных событий.
4. Сформулируйте классическое определение вероятности.
5. Чему равна вероятность достоверного события?
6. Чему равна вероятность невозможного события?
7. Каким неравенствам удовлетворяет вероятность любого события?
8. Что называется относительной частотой события?

**Практическое занятие №3**

по теме **«Вычисление условных вероятностей,**

**операции над вероятностями».**

Цели занятия: решение задач на вычисление условных вероятностей, выполнение операций над вероятностями, развитие логического и творческого мышления учащихся, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

**Вариант 1.**

1. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. найти вероятность того, что студент сдаст только второй экзамен.

2. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что двигатель начнет работать при третьем включении зажигания.

3. У сборщика имеется 5 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял последовательно 2 валика. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков – конусный, а второй эллиптический.

4. Слово *арифметика* составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

5. Имеется три ящика, содержащих по 12 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

**Вариант 2.**

1. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. найти вероятность того, что студент сдаст три экзамена.

2. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,75. Найти вероятность того, что двигатель начнет работать при втором включении зажигания.

3. В урне 10 красных шаров и 5 белых. Из урны последовательно вынимают два шара. Найти вероятность того, что первый из взятых шаров – белый, а второй – красный.

4. Слово *программист* составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

5. В трех коробках лежат книги: в первой – 10(из них 3 словаря), во второй – 15(из них 5 словарей) и в третьей – 8(из них 5 словарей). Из каждой коробки наудачу вынимают по одной книге. Найти вероятность того, что все три книги окажутся словарями.

**Вариант 3.**

1. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. найти вероятность того, что студент сдаст только один экзамен.

2. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что двигатель начнет работать при третьем включении зажигания.

3. В ящике находятся 5 окрашенных деталей и 7 обычных. Сборщик взял последовательно 2 детали. Найти вероятность того, что первая из взятых деталей – окрашенная, а вторая обычная.

4. Слово *статистика* составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

5. В двух ящиках находятся детали: в первом -10(из них 3 стандартных),во втором – 15(из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

**Вариант 4.**

1. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. найти вероятность того, что студент сдаст не менее двух экзаменов.

2. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,65. Найти вероятность того, что двигатель начнет работать при втором включении зажигания.

3. У сборщика имеется 10 конусных и 5 эллиптических валиков. Сборщик взял последовательно 2 валика. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков – конусный, а второй эллиптический.

4. Слово *вероятность* составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

5. Имеется 3 урны по 12 шаров в каждой. В первой урне 10, во второй 8 и в третьей 9 шаров белого цвета. Из каждой урны наудачу вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что все три шара окажутся белыми.

**Вопросы для самопроверки.**

1. Что называют полной группой события?
2. Дайте определение независимого события.
3. Дайте определение условной вероятности.
4. Дайте определение совместных событий.
5. Дайте определение несовместных событий.
6. Сформулируйте правило умножения вероятностей.
7. Сформулируйте правило умножения вероятностей.

**Домашнее задание.**

Фамилия и имя студента записаны с помощью карточек. Карточки с буквами фамилии и имени смешивают в отдельные пачки и отдельно вынимают по одной карточке без возврата. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке следования в фамилии и имени. Выполнить задачу для своих данных.

**Практическое занятие №4**

по теме **«Вычисление вероятностей сложных событий.**

**Формула полной вероятности».**

Цели занятия: решение задач на вычисление сложных событий, развитие логического и творческого мышления учащихся, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

**Вариант 1.**

1. В пирамиде 10 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,85; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 25 радиоламп, из них 20 стандартных; во второй коробке – 15 ламп, из них 11 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,85, а второго – 0,95. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Набирая номер телефона, абонент забыл 2 цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что набранные цифры правильные.

5. Из 50деталей 18 изготовлены в первом цехе, 20 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,95, второй цех – с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

**Вариант 2.**

1. В пирамиде 25 винтовок, 8 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,65. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 35 радиоламп, из них 20 стандартных; во второй коробке – 25 ламп, из них 10 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,7, а второго – 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8.

5. Из 70деталей 20 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех – с вероятностью 0,75. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

**Вариант 3.**

1. В пирамиде 30 винтовок, 12 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,75. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 50 радиоламп, из них 32 стандартных; во второй коробке – 25 ламп, из них 18 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,65, а второго – 0,85. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равна 8.

5. Из 30деталей 8 изготовлены в первом цехе, 12 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,85, второй цех – с вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

**Вариант 4.**

1. В пирамиде 10 винтовок, 7 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 45 радиоламп, из них 20 стандартных; во второй коробке – 15 ламп, из них 11 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,5, а второго – 0,95. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков больше, чем их произведение.

5. Из 80деталей 28 изготовлены в первом цехе, 32 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,95, второй цех – с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

**Вопросы для самопроверки.**

1. Сформулируйте теорему умножения событий.
2. Сформулируйте теорему сложения событий.
3. Формула условной вероятности.
4. Формула полной вероятности.

**Домашнее задание.**

В первой урне 6 белых и 4 черных шара, а во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из первой урны взяли 3 шара, а из второй – 2 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров все шары одного цвета.

**Практическое занятие №5**

по теме **«Вычисление вероятностей событий в схеме Бернулли».**

Цели занятия: решение задач на вычисление вероятностей событий в схеме Бернулли, развитие логического и творческого мышления учащихся, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

**Вариант 1.**

1. Монету бросают 8 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.

2. В семье шесть детей. Найти вероятность того, что среди этих детей два мальчика. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. В каждом из 500 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 220 раз; меньше чем 240 и больше чем 180 раз.

4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включены все моторы.

5. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

**Вариант 2.**

1. Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в пяти испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

2. Вероятность всхожести семян пшеницы равна 0,9. Какова вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут не менее трех?

3. В каждом из 700 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,35. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 270 раз; меньше чем 270 и больше чем 230 раз.

4. Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее трех раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,4.

5. Найти вероятность того, что при 300 испытаниях событие наступит ровно 100 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,6.

**Вариант 3.**

1. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.

2. В семье шесть детей. Найти вероятность того, что среди этих детей не более двух мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. В каждом из 500 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 190 раз; меньше чем 235раз.

4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент выключены все моторы.

5. Найти вероятность того, что при 300 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,4.

**Вариант 4.**

1. Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в четырех испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,6.

2. Вероятность всхожести семян пшеницы равна 0,85. Какова вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут не более трех?

3. В каждом из 700 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,35. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 180 раз; меньше чем 220 раз.

4. Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,3.

5. Найти вероятность того, что при 200 испытаниях событие наступит ровно 144 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

**Вопросы для самопроверки.**

1. Вероятности каких событий можно вычислять по формуле Бернулли?
2. Как записывается формула Бернулли?
3. Вероятности каких событий можно вычислять по локальной теореме Лапласа?
4. Вероятности каких событий можно вычислять по интегральной теореме Лапласа?
5. Как записывается формула локальной теоремы Лапласа?
6. Как записывается формула интегральной теоремы Лапласа?

**Практическое занятие №**6

по теме **«Решение задач по теории вероятностей».**

Цели занятия: проверка усвоения знаний пройденного материала и умение применять к решению задач по теории вероятностей , развитие логического и творческого мышления учащихся, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

**Вариант 1.**

1. Решите уравнение: 
2. В партии из 8 деталей имеется 6 стандартных. Найдите вероятность того, что среди пяти взятых наугад деталей ровно 3 стандартных.
3. В пирамиде 5 винтовок, три из которых с оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

**2 вариант**

1. Решите уравнение: 
2. В урне 9 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?
3. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных в цехе № 1, 20 деталей – в цехе № 2 и 18 деталей - в цехе № 3. Вероятность того, что деталь, изготовленная в цехе № 1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных в цехах № 2 и №3 эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,8. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества

**3 вариант**

1. Решите уравнение: 
2. В урне 5 белых и 6 черных шаров. Из урны наугад вынимают 3 шара. Найдите вероятность того, что среди них будет 2 белых и 1 черный шар.
3. В пирамиде 10 винтовок, 5 из которых с оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,91; для винтовки без оптического эта вероятность равна 0,8. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

**4 вариант**

1. Решите уравнение: 
2. В урне 4 белых и 7 черных шаров. Из урны одновременно вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара белые?
3. В коробке лежит 30 деталей, изготовленных на заводе № 1, 28 деталей – на заводе № 2 и 12 деталей - на заводе № 3. вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе № 1, высшего качества, равна 0,85; для деталей, изготовленных на заводах № 2 и № 3, эти вероятности соответственно равны 0,7 и 0,95. Найти вероятность того, что извлеченная на удачу деталь окажется высшего качества.

**Вопросы для самопроверки.**

1. Что называется перестановкой из n элементов?
2. Какой смысл имеет запись n! ?
3. По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?
4. Что называется размещением из n элементов по k?
5. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k?
6. Что называется сочетанием из n элементов по k?
7. По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k?
8. Дайте определение условной вероятности.
9. Формула условной вероятности.
10. Формула полной вероятности.
11. Вероятности каких событий можно вычислять по формуле Бернулли?
12. Как записывается формула Бернулли?

**Литература.**

1. Гмурман В.Е.Теория вероятностей и математическая статистика. -М.:, 2001.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории - М.:, 2001.

4. КремерН.Ш. Теория вероятностей . –М.:Юнити, 2000.

5. Вентцель Е.С, Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероят­ностей. - М.:, 2000.